

Рабочая программа курса «ЕГЭ: геометрические задачи»

г. Красноярск 2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Предлагаемый курс адресован учащимся 11 классов. Главная его идея – это профильная ориентация учащихся на выбор дальнейшего пути обучения, организация систематического и системного повторения, углубления и расширения школьного курса геометрии, что, несомненно, будет направлено на осмысленное изучение геометрии, а значит и качественную подготовку выпускников. Данный курс позволит удовлетворить образовательные потребности учащихся, осваивающих как базовый уровень математики, так и профильный уровень. Курс включает в себя занятия лекционного формата по необходимому теоретическому материалу и практические занятия по разбору и самостоятельному решению заданий экзамена. Уровень сложности и тематическое разнообразие заданий, предлагаемых на курсе, соответствуют полноценной комплексной подготовке к ЕГЭ по геометрии. Как следствие, посещение данного курса в значительной степени поможет обучающимся подготовиться и к «перечневым» олимпиадам, а также к дополнительным вступительным испытаниям по математике в ведущие вузы страны.

Цели курса: подготовить учащихся 11 классов к государственной (итоговой) аттестации в форме ЕГЭ (профильный уровень).

Задачи курса:

- повторить курс планиметрии, изучение которого закончилось в 9 классе;
- обобщить и систематизировать знания по геометрии;

На освоение курса отводится **68 часов**. Распределение часов для изучения различных разделов программы не является жестко детерминированным. Оно может варьироваться в зависимости от подготовленности и запросов обучающихся.

РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА

Личностные результаты

- Осознание и способность сформулировать свои дефициты и сильные стороны при подготовке к экзамену, критичное отношение к общему уровню знаний и готовности к аттестации.
- Самостоятельное планирование своего учебного времени, распределение нагрузки при подготовке к экзаменам.
- Понимание норм социального поведения и общения в учебной и экзаменационной ситуации.
- Заинтересованность в решении нестандартных задач, готовность осваивать новые формы деятельности и задания.
- Способность ориентироваться в новых и нестандартных ситуациях, а также ситуациях и заданиях с избыточными или недостаточными условиями; заинтересованность в изучении и анализе этих ситуаций.
- Установка на активное сотрудничество со сверстниками.
- Готовность к непрерывному самосовершенствованию, образованию.
- Способность приобретать в совместной деятельности новые математические знания, навыки и компетенции из опыта других.

Метапредметные результаты

- Соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата.
- Использовать в ходе решения заданий различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений.
- Владеть навыками систематизации и обобщения информации.
- Определять способы действий при решении заданий в рамках предложенных условий и требований.
- Осуществлять познавательную рефлексию для оценки ситуации, выбора верного решения в рамках познавательной и практической деятельности при изучении темы.
- Корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

- Развёрнуто, логично и точно излагать свою точку зрения в ходе решения как устно, так и письменно.
- Анализировать полученные в ходе решения результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях.
- Владеть научной терминологией, ключевыми понятиями математики и методами решения.
- Определять границы собственного знания и незнания, формулировать познавательные задачи, самостоятельно выбирать средства их решения.
- Выдвигать новые идеи, предлагать целесообразные подходы к решению.
- Уметь интегрировать знания из разных предметных областей при решении задач с практическим содержанием.
- Устанавливать причинно-следственные, иерархические, функциональные и иные связи социальных объектов, процессов и явлений при изучении тем.
- Выдвигать гипотезу при решении исследовательской задачи в ходе изучения тем.

Предметные результаты

- Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

1. Планиметрия

Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Вписанные и описанные окружности. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Координаты и векторы на плоскости.

2. Стереометрия

Прямые и плоскости в пространстве. Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр). Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Шар и сфера, их сечения. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы. Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара. Координаты и векторы в пространстве.

Формы организации и виды деятельности

- проведение практического занятия;
- проведение лекции.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/п	Тема	Форма деятельности	Количество часов на изучение
Планиметрия			
1.	Диагностическая работа		3
2.	Медиана прямоугольного треугольника	практическое занятие; лекция	2
3.	Удвоение медианы	практическое занятие; лекция	2
4.	Параллелограмм. Средняя линия треугольника	практическое занятие; лекция	3
5.	Трапеция	практическое занятие; лекция	2
6.	Высоты и биссектрисы треугольника	практическое занятие; лекция	2
7.	Отношение отрезков	практическое занятие; лекция	3
8.	Отношение площадей	практическое занятие; лекция	3
9.	Касательная к окружности	практическое занятие; лекция	3
10.	Касающиеся окружности	практическое занятие; лекция	3
11.	Пересекающиеся окружности	практическое занятие; лекция	2
12.	Окружности, связанные с треугольником и четырехугольником	практическое занятие; лекция	3
13.	Пропорциональные отрезки в окружности	практическое занятие; лекция	2
14.	Углы, связанные с окружностью	практическое занятие; лекция	2
15.	Вспомогательные подобные треугольники	практическое занятие; лекция	3
16.	Некоторые свойства высот и точки их пересечения	практическое занятие; лекция	2
Стереометрия			
17.	Построения на проекционном чертеже	практическое занятие; лекция	3
18.	Угол между прямыми	практическое занятие; лекция	2
19.	Угол между плоскостями	практическое занятие; лекция	3
20.	Расстояние от точки до прямой. Расстояние от точки до плоскости	практическое занятие; лекция	3
21.	Угол между прямой и плоскостью	практическое занятие; лекция	2
22.	Расстояние между скрещивающимися прямыми	практическое занятие; лекция	3
23.	Площадь сечения	практическое занятие; лекция	3
24.	Объем многогранника	практическое занятие	2

25.	Фигуры вращения	практическое занятие; лекция	2
26.	Элементы правильных пирамид	практическое занятие; лекция	2
27.	Метод координат	практическое занятие; лекция	3
	Итого		68 часов

Методические рекомендации

Особенность данного курса состоит в том, что прежде всего рассматриваются конфигурации, наиболее часто встречающиеся в задачах школьного курса. Далее рассматриваются способы нахождения различных элементов геометрических фигур и методы решения геометрических задач.

I. Планиметрия

Медиана прямоугольного треугольника

Рассматривается свойство медианы, проведенной из вершины прямого угла, а также обратная теорема.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения прямоугольного и равнобедренного треугольников, определение медианы; свойства медиан, свойства углов треугольника.

Удвоение медианы

Рассматривается прием решения задач, основанный на удвоении медианы.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение параллелограмма; свойства диагоналей параллелограмма; признак параллельности двух прямых; свойства углов при параллельных прямых и секущей.

Параллелограмм. Средняя линия треугольника

Здесь продолжается изучение свойств параллелограмма, начатое в предыдущей теме, обсуждаются свойства средней линии треугольника.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение средней линии треугольника и ее свойства.

Трапеция

Рассматриваются дополнительные построения в задачах с трапецией такие как перенос боковой стороны или диагонали. Обсуждается замечательное свойство трапеции.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение трапеции и ее свойства; замечательное свойство трапеции; понятие параллельного переноса. Высоты и биссектрисы треугольника. Рассматриваются различные приемы нахождения высот и биссектрис треугольника.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения биссектрисы и высоты треугольника; свойства высот треугольника; формулы для нахождения площади треугольника; свойства биссектрис; теорема косинусов.

Отношение отрезков

Рассматриваются задачи, которые решаются с помощью теоремы о пропорциональных отрезках.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: признаки равенства и признаки подобия треугольников; теорема Фалеса и обратная к ней. В этой теме целесообразно рассмотреть и доказать теорему Менелая.

Отношение площадей

Рассматриваются задачи на отыскание отношения площадей фигур при известных отношениях линейных размеров, и обратная задача отыскания отношения отрезков при известных отношениях площадей.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: понятие площади фигуры; формулы для отыскания площадей треугольников и четырехугольников.

Касательная к окружности

Рассматриваются свойства касательной к окружности.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения окружности, радиуса окружности, касательной к окружности; свойства радиуса, проведенного в точку касания; свойство двух касательных, проведенных из одной точки к окружности.

Касающиеся окружности

Рассматриваются два вида касания: внешним и внутренним образом.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: основное свойство касающихся окружностей; свойства окружности, вписанной в угол.

Пересекающиеся окружности

Рассматриваются задачи с двумя и более пересекающимися окружностями.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение и свойства хорды; свойство центров пересекающихся окружностей.

Окружности, связанные с треугольником и четырехугольником

Рассматриваются методы нахождения радиусов описанной, вписанной и вневписанной окружностей треугольника, а также задачи, связанные с вписанными и описанными четырехугольниками.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения и свойства описанной, вписанной и вневписанной окружностей треугольника; определение описанного четырехугольника; определение вписанного четырехугольника; свойство углов вписанного четырехугольника; свойство сторон описанного четырехугольника; теорема синусов.

Пропорциональные отрезки в окружности

Рассматриваются теоремы о произведении отрезков пересекающихся хорд окружности, о касательной и секущей, а также следствия из них.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: теорему о произведении отрезков пересекающихся хорд окружности, теорему о касательной и секущей.

Углы, связанные с окружностью

Рассматриваются задачи, где свойства вписанных и центральных углов существенно упрощают доказательство.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения вписанного и центрального углов, понятие угловой величины дуги; признак вписанного четырехугольника.

Вспомогательные подобные треугольники

Рассматриваются задачи, для решения которых необходимо найти пару подобных треугольников.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: признаки подобия треугольников.

Некоторые свойства высот и точки их пересечения

Обсуждаются некоторые важные свойства высот, серединных перпендикуляров и точки пересечения высот.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения высот и серединных перпендикуляров; свойства точки пересечения высот.

I. Стереометрия

Построения на проекционном чертеже

Рассматриваются вопросы изображения пространственных фигур на плоскости.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: понятие параллельной проекции; свойства параллельных проекций.

Угол между прямыми

Рассматриваются методы отыскания угла между пересекающимися и скрещивающимися прямыми.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение скрещивающихся прямых; понятие параллельных прямых в пространстве; определение угла между скрещивающимися прямыми. *Угол между плоскостями*

Решаются задачи на отыскание угла между плоскостями, на доказательство перпендикулярности или параллельности плоскостей.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение двугранного угла; определение линейного угла двугранного угла; определение угла между плоскостями; признак перпендикулярности прямой и плоскости; признак перпендикулярности плоскостей.

Расстояние от точки до прямой.

Расстояние от точки до плоскости Рассматриваются задачи на отыскание расстояния от точки до прямой через высоту некоторого треугольника и от точки до плоскости через длину перпендикуляра.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение расстояния от точки до прямой; определение расстояния от точки до плоскости.

Угол между прямой и плоскостью

Решаются задачи на отыскание угла между прямой и плоскостью через расстояние от некоторой точки на прямой до плоскости.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение угла между прямой и плоскостью; понятие проекции прямой на плоскость; теорема о трех перпендикулярах.

Расстояние между скрещивающимися прямыми

Рассматривается один из наиболее сложных вопросов стереометрии – отыскание расстояния между скрещивающимися прямыми. Обсуждаются несколько методов отыскания этого расстояния: как расстояние от одной прямой до параллельной плоскости, содержащей вторую прямую, как длина общего перпендикуляра, через формулу для объема тетраэдра.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение общего перпендикуляра скрещивающихся прямых; определение расстояния между скрещивающимися прямыми; формула для объема тетраэдра.

Площадь сечения

Рассматриваются задачи на отыскание площади сечения непосредственно через формулы планиметрии и через площадь ортогональной проекции.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: понятие сечения тела плоскостью; методы построения сечений; теорема о площади ортогональной проекции.

Объем многогранника

Рассматриваются различные формулы объемов многогранников, соотношение между объемами подобных многогранников.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: формулы для объема призмы и пирамиды; формула объема треугольной призмы через площадь боковой грани; теорема об отношении объемов подобных многогранников.

Фигуры вращения

Рассматриваются задачи, связанные с телами вращения, определением их объемов и площадей поверхностей, построением сечений тел вращения плоскостями. Обсуждаются вопросы симметрии тел вращения.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определения шара, конуса и цилиндра; формулы для объемов шара, конуса и цилиндра; формулы для площадей поверхностей шара, конуса и цилиндра; свойства сечений тел вращения.

Элементы правильных пирамид

Рассматриваются общие свойства правильных пирамид, а также особенности, связанные с правильным многоугольником, лежащим в основании правильной пирамиды.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: определение правильной пирамиды; общие свойства ребер и углов в правильных пирамидах; определения правильной треугольной пирамиды, правильной четырехугольной пирамиды, правильной шестиугольной пирамиды.

Метод координат

Эта тема посвящена применению метода координат при решении стереометрических задач. Рассматриваются основные приемы введения системы координат при решении стереометрических задач.

Для решения задач данного раздела необходимо повторить: формулу расстояния между точками, координаты середины отрезка, понятие вектора в пространстве, формула скалярного произведения двух векторов и выражение угла между векторами через скалярное произведение, признаки перпендикулярности и параллельности двух векторов, уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно ненулевому вектору, общее уравнение плоскости, уравнение плоскости в отрезках, формула для отыскания угла между плоскостями, заданными своими уравнениями, формула расстояния от точки до плоскости.

Используемые учебники и пособия

1. Гордин Р.К. ЕГЭ 2020. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень) / Под ред. И.В. Яценко. — М., 2023.
2. Гордин Р.К. ЕГЭ 2020. Математика. Геометрия. Стереометрия. Задача 14 (профильный уровень) / Под ред. И.В. Яценко. — М., 2023.
3. Эйсымонт И.М. Сборник задач для подготовки к ЕГЭ по математике (профильный уровень): учебное пособие // Москва: РУСАЙНС, 2023
4. ЕГЭ-2023/2024: Математика. Профильный уровень: Типовые экзаменационные варианты. 36/10 вариантов профильный уровень / под ред. И.В. Яценко. – М.: Национальное образование, 2023

Литература и Интернет-ресурсы

1. <http://math100.ru/ege/ege-profil/>
2. <http://alexlarin.net/>